

Denize da Silva Souza¹

Veleida Anahí da Silva²

RESUMO

Este estudo é um recorte de um projeto de pesquisa que investiga como os livros didáticos de matemática dos anos finais do ensino fundamental (adotados no ensino público em Sergipe) apresentam os conteúdos geométricos. Para este artigo, a questão central tem ênfase no estudo das praxeologias apresentadas no livro didático “A Conquista da Matemática” (GIOVANNI JR.; CASTRUCCI, 2009), do 9º ano do ensino fundamental, sobre o objeto Circunferência e Círculo, o qual foi um dos mais adotados durante vários anos. O estudo baseia-se em Chevallard (1991, 1999, 2009, 2011) e outros autores para analisar os quatro elementos que compõem uma praxeologia (tarefa, técnica, tecnologia e teoria). Os resultados apontam que as técnicas estão associadas aos elementos tecnologia e teoria; havendo um conjunto de diferentes tipos de tarefas com resolução de problemas contextualizados.

PALAVRAS-CHAVE: Livro Didático; Praxeologias; Circunferência e Círculo

ABSTRACT

This study is part of a research project that investigates how the math textbooks from the final years of elementary school (adopted in public education in Sergipe) present the geometric content. For this article, the central issue has emphasis on the study of praxeologies presented in the textbook "The Conquest of Mathematics" (GIOVANNI JR.; CASTRUCCI, 2009), the 9th grade of elementary school, on the Circumference and Circle object, which it was one of the most widely adopted for many years. The study is based on Chevallard (1991, 1999, 2009, 2011) and other authors to analyze the four elements that make up a praxeology (assignment, technique, technology and theory). The results show that the techniques are associated with

1 Doutora em Educação Matemática/UNIAN-SP. Professora do Departamento de Matemática da Universidade Federal de Sergipe. Participante de Grupos de Estudos e Pesquisa – EDUCON/UFS; GPAEM/DMA/UFS; GPDNM /IFS. denize.souza@hotmail.com.

2 Doutora em Ciências pela Universidade Paris VIII. Vice-coordenadora do Núcleo de Pós-graduação em Ciências da Natureza e Matemática. Chefe e Professora do Departamento de Educação da Universidade Federal de Sergipe. Líder do Grupo de Estudos e Pesquisa – EDUCON /UFS. vcharlot@terra.com.br.

the technology elements and theory; having a set of different types of tasks in context with resolution problems.

KEYWORDS: Textbook; Praxeologies; Circumference and Circle

INTRODUÇÃO

Nas matérias de ensino do Curso de licenciatura em Matemática, da Universidade Federal de Sergipe (presencial e a distância), que são trabalhadas a partir dos pressupostos da Educação Matemática, encontramos alunos afirmando não terem estudado conteúdos de geometria na sua formação de escolarização básica e, por isso, apresentam sérias dificuldades de aprendizagem nas disciplinas do curso em que esses conhecimentos lhe são exigidos. Tais dificuldades também têm implicado na elaboração de atividades e na simulação de aulas exploradas em disciplinas, como Metodologia do Ensino de Matemática, Laboratório de Ensino e Estágios Supervisionados I e II.

Isso se constata ao refletirmos também sobre nossa experiência nos anos finais do ensino fundamental, por exemplo, deparando-nos com alunos sem conhecimentos básicos sobre geometria, o que resulta nas dificuldades sinalizadas em estudos posteriores, como é o caso dos licenciandos já mencionados.

Por essas razões, ao desenvolver um projeto de pesquisa com ênfase na análise de conteúdos geométricos, presentes nos livros didáticos de matemática, orientando alunos desse referido curso quanto à iniciação científica, vimos ser importante abordar para este texto um recorte do projeto, apresentando a análise realizada em um dos livros didáticos – “A Conquista da Matemática” (GIOVANNI JR.; CASTRUCCI, 2009) referente ao 9º ano do ensino fundamental – cujo conteúdo escolhido foi “Circunferência e Círculo”. É um livro que faz parte de uma das coleções

da editora FTD³, aprovada pelo Plano Nacional do Livro Didático (PNLD), para distribuição gratuita de livros didáticos aos alunos de escolas públicas.

Durante anos, essa coleção de livros didáticos de matemática dos anos finais do ensino fundamental sempre fez parte do Guia do PNLD, sendo a mais adotada pelas redes de ensino do Estado de Sergipe; tanto as públicas (municipal, estadual e federal), como a privada. Assim, pelo fato de termos constatado que, até o ano 2014, foi a coleção mais utilizada por professores de matemática da rede estadual, para este artigo, optamos por apresentar a análise sobre as praxeologias de um dos conteúdos geométricos contidos no livro do 9º ano do ensino fundamental.

Nos Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática (PCN-Matemática – BRASIL, 1998), os conteúdos matemáticos são diluídos em quatro blocos: Números e operações; Espaço e formas; Grandezas e medidas; Tratamento da informação. Esses quatro blocos devem ser inseridos nos livros didáticos de matemática, como natureza obrigatória para ter aprovação do PNLD e, assim, os livros serem contemplados no Guia e escolhidos pelos professores. Os conteúdos geométricos são encontrados em dois blocos – Espaço e formas; Grandezas e medidas – e permitem aos alunos uma visão mais aguçada do mundo em que vivem.

A Geometria é um campo fértil para se trabalhar com situações-problema e é um tema pelo qual os alunos costumam se interessar naturalmente. (...) Se o trabalho com noções geométricas for feito a partir da exploração dos objetos do mundo físico, de obras de artes, pinturas, desenhos, esculturas e artesanato, ele permitirá ao aluno estabelecer conexões entre a Matemática e outras áreas do conhecimento (BRASIL, 1998, p. 30).

3 FTD – Leia-se como Frère Théophane Durand, Irmão Superior-Geral do Instituto Marista de 1883 a 1907.

Os autores do livro analisado buscam atender a essas recomendações propostas, por meio de seções especiais na organização da obra, contemplando em cada conteúdo matemático atividades que envolvam a geometria com outros conteúdos matemáticos e com outras áreas do conhecimento.

Entretanto, com o objetivo de melhor verificar a organização da obra, buscamos escolher o fundamento teórico em uma das teorias da didática da matemática, a qual tem como princípio fundamental a atividade matemática. Assim, como o livro didático de matemática, por sua natureza, constitui-se de várias atividades matemáticas, vimos ser importante analisar o livro didático em questão, a partir dos pressupostos da Teoria Antropológica do Didático (TAD) de Yves Chevallard (1991, 1994, 1999, 2009, 2011) com a revisão literária de vários trabalhos sob o enfoque dessa teoria e do livro didático.

1. Uma síntese sobre os pressupostos da TAD

A Teoria Antropológica do Didático – TAD – consiste na continuidade da teoria da transposição didática (a qual foi introduzida nos estudos de Chevallard sobre a didática da matemática, por volta dos anos 1980). Na década seguinte, esse didático introduziu a TAD sob a perspectiva da problemática ecológica, levando em conta, as demandas existentes nas inter-relações entre os objetos de ensino. Tal problemática se constitui em questionar a realidade, em particular, a atividade de estudo sobre o conjunto das atividades humanas e das instituições sociais em relação ao aprender, ensinar e pesquisar matemática.

Para melhor entender, o autor afirma que “a noção praxeológica está no meio da TAD. Esta noção generaliza diferentes noções culturais correntes – a de saber e de saber fazer” (CHEVALLARD, 2009, p. 01). Em outras palavras, esse autor afirma

que a noção de praxeologia é o conceito central da TAD, dando a palavra “praxeologia”, um sentido muito particular⁴. Na TAD, a noção praxeológica trata-se de um conjunto de elementos constituídos em tarefa, técnica, tecnologia e teoria; entre os quais, a tarefa é o motor gerador da atividade matemática.

Ou seja, para definir a Teoria Antropológica do Didático, esse teórico estabeleceu como postulado básico que toda atividade humana é submetida a um modelo único, e a atividade matemática se diferencia de outras atividades humanas frente uma tarefa, fazendo-se necessário saber como resolvê-la. O como resolver a tarefa gera o motor de uma praxeologia. Mas, para isso, também é preciso ter (ou construir) uma *técnica*, que deve ser justificada por uma *tecnologia*; a qual, por sua vez, precisa ser julgada por uma *teoria*. Assim, instituem-se os quatro elementos que formam uma praxeologia [tarefa (*T*), técnica (*t*), tecnologia (θ) e teoria (Θ)]⁵.

Para Chevallard (1999), isto quer dizer que, considerando a existência de um tipo de tarefa matemática em um sistema de ensino, por exemplo, deve-se ter, no mínimo, um tipo de tarefa condicionada a uma técnica de estudo. Por sua vez, essa técnica é relativa a uma tecnologia, ainda que a teoria para justificá-la seja abandonada.

Porém, é importante esclarecer que uma técnica, por si só, não é suficiente para a execução de todas as tarefas e, sim, para uma parte [$P(t)$], de modo que se possa dizer que “não se sabe”, em geral, realizar as tarefas do tipo [*T*]. Isto quer dizer que em uma praxeologia pode haver uma técnica superior a outras técnicas. Também, o autor ressalta que uma técnica não necessariamente seja de natureza algorítmica, mas existe uma tendência à algoritmização, mesmo que não seja via de regra.

4 Muniz (2010, p. 30), baseado em diferentes estudos, afirma que “a praxeologia é uma ciência ou um ramo de conhecimento sobre a *actuação* eficiente (DZIDA, 1987; PSZCZPLOWSKI, 1967), a teoria geral da *actuação* eficiente (KOTARBINSKI, 1969; PSZCZO-LOWSKI, 1978) [...]”, uma ciência sobre a eficiência da atividade humana (KOTARBINSKI, 1975).

5 Em geral, os elementos de uma praxeologia são representados por letras do alfabeto grego.

Há ainda, outra observação: dada uma instituição [*I*], em geral, há uma técnica ou um pequeno número delas institucionalmente reconhecidas, o que torna possível a exclusão de outras técnicas (alternativas) reconhecidas ou existentes em outras instituições. Isso é possível quando verificamos em um livro didático, os autores utilizarem ilustrações; por exemplo, para apresentarem uma demonstração de propriedades ou para explicitar como funciona a aplicação de uma determinada propriedade. Nesse caso, a técnica passa a ser o próprio discurso teórico-tecnológico.

Quanto à tecnologia [θ], consiste em justificar racionalmente uma técnica [*t*], assegurando que a técnica permita a boa execução da tarefa do tipo [*T*]. Na matemática, em geral, o que justifica uma técnica é a realização das tarefas por meio da demonstração. Outro objetivo é esclarecer, explicar, tornar inteligível uma técnica [*t*]; é expor porque a técnica [*t*] tem “bom funcionamento” para resolver a tarefa [*T*]. É o caso exemplificado quando autores apresentam ilustrações para apresentarem uma demonstração, com a função de explicar aspectos teóricos (conceitos, propriedades e teoremas) de um determinado objeto matemático.

Para Chevallard (1999), muitas vezes na matemática, essa função de justificar e explicar a teoria aparece obscura devido à forma abstrata em que frequentemente os enunciados teóricos são apresentados. Isso resulta ao que o autor chama de objetos ostensivos e objetos não-ostensivos. Convém esclarecer que a palavra ostensivo (originada do latim “*ostendere*”) significa digno de ser mostrado, evidente, próprio para ser mostrado. O termo é utilizado na TAD para explicar as praxeologias nas atividades matemáticas.

O autor também esclarece que o sujeito, para resolver as tarefas a partir do princípio básico da TAD, em que “toda atividade humana é permitida a decompor-se em uma série de tarefas” (CHEVALLARD, 1994, p. 01), ele precisa de técnicas que

devem ser vistas como compreensíveis e justificáveis. Essa dupla função remete a uma dialética de objetos explícitos e implícitos.

Para a atividade matemática faz-se necessário um conjunto de manipulação ostensiva e não-ostensiva. Uma se apoia na outra, visto que os ostensivos correspondem à parte sensível da atividade (são objetos que podem ser percebidos pelos sentidos – signos, imagens, sons, gráficos, gestos, materiais) em contraste aos não-ostensivos (são ideias, conceitos, definições). Os não-ostensivos servem para “manipular certos objetos ostensivos que lhe são associados, tais como uma palavra, uma frase, uma escrita, um gráfico, um gesto ou todo um discurso” (FERREIRA; BARROS, 2013, p.03-04).

A Teoria Antropológica do Didático (TAD) explica a origem dos conceitos matemáticos (não-ostensivos) e sua relação com os objetos que o representam (ostensivos) em termos da dialética citada anteriormente, ou seja, os conceitos guiam e controlam a manipulação dos ostensivos, mas conceitos também são emergentes da manipulação ostensiva em determinadas organizações didáticas (FERREIRA; BARROS, 2013, p.04).

Isso porque, Chevallard (1994) considera que todo discurso tecnológico se realiza concretamente pela manipulação de objetos ostensivos (sejam orais ou escritos), os quais permitem materializar as explicações e as justificativas necessárias para resolver uma tarefa, ocorrendo de mesmo modo com o nível teórico. Para ele, a co-ativação entre os objetos ostensivos e não-ostensivos é um postulado geral que afeta todos os níveis da atividade matemática.

A atividade matemática apresenta duas faces: logos e a práxis; ou seja, o saber e o saber fazer. Essas faces originam as praxeologias nos blocos: prático-técnico $[\Gamma/\tau]$ que é o saber fazer, associando tarefa e técnica, de modo que, para um

determinado tipo de tarefa há pelo menos uma só técnica, ou um conjunto de técnicas institucionalmente reconhecidas; e o bloco teórico-tecnológico $[\theta/\Theta]$, que reuni a tecnologia e a teoria. A articulação dos ostensivos e não-ostensivos permitem a funcionalidade de uma boa organização praxeológica.

Para isso, devemos dispor dos ostensivos, que permitem manipular e manusear as técnicas, e não ostensivos, que são evocados quando se utilizam os ostensivos associados, ou seja, o conjunto tarefa-técnica e tecnologia-teoria necessita de diferentes tipos de representações para que as técnicas possam ser manipuladas e justificadas por meio de tecnologias, que por sua vez colocam em jogo noções e ideias que sustentam essa manipulação (FARO, 2010, p. 53).

Frente ao exposto, mesmo não sendo nosso objetivo identificar os objetos ostensivos e não-ostensivos, consideramos que são fundamentais para a análise das praxeologias existentes no livro didático escolhido para o estudo do objeto Circunferência e Círculo. Esses objetos associam os elementos de uma praxeologia, e isso é o que desejamos identificar como os autores do livro didático “A Conquista da Matemática” estabeleceram as praxeologias para o conteúdo Circunferência e Círculo.

2. Critérios de análise do livro didático “a conquista da matemática”: procedimentos metodológicos da pesquisa

Na tentativa de atender aos objetivos da pesquisa, foram estabelecidos os seguintes critérios para análise desse livro didático. Primeiro, foi sistematizada uma descrição geral sobre a estrutura da obra, destacando o que os autores apresentam no manual do professor e quais conteúdos de geometria são contemplados no exemplar do 9º ano. Em seguida, buscamos estudar a organização praxeológica do objeto

Circunferência e Círculo com o objetivo de identificar situações compostas de um conjunto de elementos, apresentados da seguinte maneira: tarefa, técnica, discurso teórico-tecnológico.

As seis unidades que compreendem o capítulo do livro didático, destinadas ao estudo Circunferência e Círculo, encontram-se organizadas nos seguintes tópicos: Calculando o comprimento de uma circunferência; Relações métricas na circunferência; Polígonos regulares inscritos na circunferência; Áreas de regiões circulares. Para a análise desses tópicos, buscamos selecionar situações presentes nas seções especiais que compõem a organização didática do referido capítulo – objeto Círculo e Circunferência – no livro texto do aluno (p. 311-341).

3. Descrição geral da obra e do livro analisado

A estrutura da obra “A Conquista da Matemática”, de autoria Giovanni Jr. e Castrucci (2009), está distribuída em quatro volumes, numa edição renovada, cuja editora é a FTD. Em cada volume, os conteúdos matemáticos estão organizados em capítulos para o manual do professor e, em unidades, para o livro texto do aluno. As aberturas das unidades (no livro texto do aluno) apresentam questões matemáticas instigantes e curiosidades, que sempre fazem referência aos assuntos a serem abordados em cada unidade e, muitas vezes, estão relacionadas a temas de conhecimentos gerais.

Segundo o Programa Nacional do Livro Didático, PNLD 2011 (BRASIL, 2010, p. 41)⁶, a coleção se organiza em unidades compostas por capítulos, que contém

⁶ É importante esclarecer que a cada três anos, o livro didático é distribuído nas escolas públicas, fato que justifica termos utilizado o PNLD 2011 para a análise de livros didáticos de matemática dos anos finais do ensino fundamental, no ano 2014.

as seguintes seções: *Explorando*, com atividades de preparação para o conteúdo a ser estudado; *Chegom a sua vez*, que oferece atividade de aplicação; *Exercícios*, com atividades para realizar cálculos e resolver situações-problema; *Desafios*, com atividades que utilizam a lógica, o raciocínio e os conhecimentos que já possuem; *Tratando a informação*, que tem o objetivo de tornar os alunos capazes de ler, interpretar e organizar dados sobre os mais variados assuntos em gráficos e tabelas; *Brasil real*, em que são feitas conexões entre a matemática e outras áreas do conhecimento; e *Retomando o que aprendeu*, com exercícios de síntese dos conteúdos da unidade, que podem servir para a avaliação.

O livro analisado é composto por 12 capítulos, dos quais 06 são destinados a conteúdos geométricos, contendo 18 tópicos. Entre os seis capítulos voltados à geometria, encontra-se o capítulo 12 – “Estudando a Circunferência e o Círculo” (p.311-341) – principal alvo desta pesquisa, como último objeto matemático a ser estudado no 9º ano do ensino fundamental. O capítulo é composto em quatro tópicos, os quais são denominados de unidades pelos autores, no livro texto do aluno. As principais características da composição desse capítulo seguem a mesma estrutura dos demais, contemplando algumas seções com ilustrações e questionamentos. A predominância da apresentação do conteúdo está para definições e demonstrações, o que significa dizer que os autores se utilizaram mais dos objetos não-ostensivos, porque os conceitos e propriedades são institucionalmente necessários ao estudo dos tópicos no referido capítulo.

Convém ressaltarmos que, no final do livro (volume do 9º ano), existem três seções finais: um *Glossário* ilustrativo, as *Respostas* de todas as atividades propostas nas diferentes seções e a *Bibliografia*. No quadro 01, a seguir, apresentamos um detalhamento sobre as seções do capítulo 12.

Quadro 01. **Classificação das seções no capítulo 12 CIRCUNFERÊNCIA E CÍRCULO**

SEÇÃO	ATIVIDADE MATEMÁTICA	LOCALIZAÇÃO DAS PÁGINAS
<i>Explorando</i>	Atividades com ilustrações, questionamentos e com construções geométricas.	p. 313; 332
<i>Chegou a sua vez</i>	Procedimentos para que o aluno faça construções geométricas relacionadas às atividades da seção <i>Explorando e Tratando a informação</i> .	p. 313; 333; 337
<i>Desafio</i>	Atividades de resolução de problemas envolvendo situações contextualizadas.	p. 317; 335
<i>Brasil real</i>	É uma atividade contextualizada com outras áreas do conhecimento (geografia e história) articuladas ao objeto Circunferência. Nessa atividade, há 05 situações problemas.	p. 335-336
<i>Tratando a informação</i>	Leitura de gráficos de setores, na tentativa de relacionar o conteúdo geométrico à estatística, a partir do contexto com outras áreas do conhecimento (geografia) e do cotidiano.	p. 337
<i>Exercícios</i>	Predominância de atividades com resolução de problemas. Observa-se que apenas uma das seções de <i>Exercícios</i> apresenta atividades de algoritmos (p.321;322)	p. 316; 321; 322; 325; 328; 330; 333; 334
<i>Retomando o que aprendeu</i>		p. 338-341

Fonte: Giovanni Jr.; Castrucci (2009, livro do aluno)

Ao analisarmos o sumário do manual do professor, percebemos que existe uma relação entre os pressupostos teóricos e os objetivos apresentados nessa parte do livro didático com a parte do livro do aluno. A linguagem utilizada é uma linguagem clara e objetiva com a finalidade de facilitar a compreensão e o desenvolvimento de cada tópico. Nesse manual, é possível encontrar como está estruturada a obra, o debate de alguns temas em relação às metodologias de ensino, processos de avaliação,

indicação de leituras para aperfeiçoamento da prática docente e organização dos conteúdos matemáticos respectivos à série do volume em análise.

Nessa organização, há pelo menos uma sugestão de como podem ser trabalhadas algumas atividades; ora com textos, ora utilizando materiais manipuláveis e outros recursos didáticos. Essas sugestões, denominadas de *Orientações para o desenvolvimento das atividades*, são um dos requisitos do PNLD 2011 (BRASIL, 2010, p. 30). No PNLD 2011, afirma-se que “o manual do professor deve trazer subsídios para a atuação do professor em sala de aula, apresentando orientações metodológicas para o trabalho com o livro do aluno”.

Nessas orientações, é possível observarmos a diversidade de técnicas que, sustentadas no discurso teórico-tecnológico, podem ser manipuladas e justificadas para a resolução das atividades matemáticas propostas em todo o livro didático. Para isso, é importante o professor conhecer ambas as partes do livro (texto do aluno e orientações pedagógicas – manual do professor) para melhor desenvolver seu trabalho em sala de aula.

4. As praxeologias do objeto circunferência e círculo

Neste item, o objetivo de apresentar a análise das praxeologias de um objeto matemático parte do interesse em identificar os elementos que compõem essas praxeologias ou organizações nas situações didáticas que os autores do livro didático “A Conquista da Matemática” sistematizaram para o estudo sobre Circunferência e Círculo no 9º ano do ensino fundamental. Como já explicitado no item anterior, o referido objeto foi sistematizado em quatro tópicos.

Para a análise, foram selecionadas as situações presentes em todas as seções especiais (*Explorando; Chegou sua vez; Desafio; Brasil Real; Tratando a informação Exercícios;*

Retomando o que aprendeu) buscando verificar em cada uma delas, a sua organização praxeológica composta pelos quatro elementos: tipos de tarefas (T), técnica (τ), tecnologia (θ) e teoria (Θ).

Neste artigo, ilustraremos apenas situações das três primeiras seções relacionadas anteriormente (quadro 02), as quais se instituem como bloco prático-técnico [T/ τ], reunindo parte do conjunto de tarefas e de técnicas voltado aos tópicos do objeto matemático em análise. Em seguida, abordaremos sobre a teoria e tecnologia instituídas pelo discurso apresentado no livro analisado, destacando os objetos ostensivos e não-ostensivos.

Quadro 02. Composição do bloco prático-técnico da praxeologia matemática do objeto circunferência e círculo

TÓPICOS	TAREFAS	TÉCNICAS
Calculando o comprimento de uma circunferência	Tarefa T ₁ : Fazer uma atividade de construção geométrica.	Técnica τ_1 : seção <i>Explorando e Chegou sua vez</i> com 03 atividades em forma de questões para observação e interpretação da situação contextualizada.
	Tarefa T _{1.1} : Identificar e determinar elementos de uma circunferência (diâmetro e raio).	Técnica $\tau_{1.1}$: uso de objetos ostensivos para apresentar procedimentos e materiais manipuláveis para o cálculo do comprimento de uma circunferência (ilustrações dos materiais e como proceder). Técnica $\tau_{1.2}$: seção <i>Chegou sua vez</i> com 03 questões que complementam a seção anterior, encontrando-se o valor do número π (π), cujas tarefas envolvem o uso de algoritmos para resolvê-las. Técnica $\tau_{1.3}$: seção <i>Desafio</i> com 03 situações problemas

		contextualizados para determinar os elementos de uma circunferência (raio, diâmetro e comprimento).
Áreas de regiões circulares	Tarefa T ₂ : Verificar a fórmula da área de um círculo.	Técnica τ_2 : uso de objetos ostensivos (materiais manipulativos – barbante, cola, papel sulfite, cartolina e tesoura) para verificar a fórmula da área de um círculo.
	Tarefa T _{2.1} : Usar a área de um triângulo retângulo para verificar a fórmula da área de um círculo.	Técnica $\tau_{2.1}$: explorar os materiais da seguinte forma: cortar pedaços de barbante com medidas suficientes para cobrir os espaços entre linhas, conforme a ilustração apresentada no livro (p. 332); colar os pedaços em uma folha de papel do maior para o menor, deixando-os bem esticados, de modo que no final formem um triângulo; verificar que a medida do cateto menor do triângulo formado é igual ao valor do raio da círculo e o cateto maior tem mesma medida do comprimento da circunferência do círculo ($2\pi r$). Com esses procedimentos, verifica-se que a área do círculo é igual a área do triângulo retângulo. Técnica $\tau_{2.1}$: usar a cartolina para formar um círculo dividido em 16 partes. Após cortar as partes, juntar cada uma delas, formando um paralelogramo (ilustração na p. 333). Ao
	Tarefa T _{2.2} : Usar a área de um retângulo para verificar a fórmula da área de um círculo.	

		encontrar a área do paralelogramo, verifica-se que a área do círculo é a área do retângulo formado pelo paralelogramo, na seção <i>Chegou a sua vez.</i>
	Tarefa T₃: Resolver situações problemas envolvendo a área do círculo inscrito em um quadrado.	Técnica t₃: aplicação da fórmula de áreas (círculo e quadrado) para resolver problemas sobre áreas de regiões circulares inscritas em um quadrado.

Fonte: Giovanni Jr.; Castrucci (2009, livro do aluno)

A partir desse quadro 02, podemos perceber como prevalece a resolução de problemas, no conjunto de tarefas-técnicas estabelecidas para a organização didática do objeto matemático em análise. Existem tópicos, não destacados neste texto, em que os autores associaram apenas uma tarefa a uma técnica específica, destacando a seção *Exercícios* para apresentar diferentes tarefas que se associam apenas à técnica de aplicar a fórmula correspondente ao cálculo do comprimento de uma circunferência; das relações métricas na circunferência e das propriedades voltadas aos polígonos regulares inscritos na circunferência. Todavia, para esses cálculos, a técnica mais privilegiada é a resolução de problemas.

Convém também explicar que para compor o quadro 02, escolhemos apenas dois dos tópicos organizados para o objeto em análise, porque, além da organização didática apresentar técnicas diversificadas, os autores elegeram explorar as construções geométricas, em mais de uma seção. Uma alternativa pouco utilizada nas aulas de matemática para abordar conteúdos geométricos. Nos tópicos em análise, por exemplo, o uso de fórmulas é intenso, dessa maneira, prevalece abordagem com estruturas algébricas em detrimento das construções geométricas.

Ou seja, dentre as situações apresentadas para a praxeologia do objeto matemático analisado no livro didático “A Conquista da Matemática”, o bloco prático-técnico é composto da dialética dos ostensivos (ilustrações e representações que orientam, também, a manipulação de materiais) e não-ostensivos (conceitos, definições e propriedades), que justificam o uso de diferentes registros de representação semiótica⁷. Porém, valendo-se do registro algébrico para explicar conceitos, definições e propriedades.

Para Bosch e Chevallard (1999), a manipulação dos objetos ostensivos em dialética com os não-ostensivos, justifica-se pelas noções que esses objetos apresentam como sendo fundamentais para as tarefas serem realizadas. Por outro lado, essa manipulação também permite:

[...] compreender a importância das técnicas, que, por meio de um discurso tecnológico adequado, podem ser planejadas, justificadas e controladas dependendo do trabalho matemático em jogo, que por sua vez está associado às possíveis abordagens de uma mesma noção em função, que irá permitir a escolha da técnica mais adequada em função dos ostensivos e não ostensivos culturais que sustentam essa técnica (FARO, 2010, p. 54).

⁷ Entende-se por “representação semiótica”, produções formadas pelo emprego de signos e símbolos pertencentes a um mesmo sistema de representação com dificuldades próprias de significado e funcionamento. Isto é, são símbolos, signos, códigos, tabelas, gráficos e desenhos que registrem em diferentes formas os objetos matemáticos. Trata-se da teoria de registros de representação semiótica pelos pressupostos de Raymond Duval, que auxilia a entendermos o processo de aquisição do conhecimento matemático. Nem sempre os objetos matemáticos são acessíveis à percepção pela natureza abstrata que possuem; por isso, eles precisam do uso de diferentes representações que permitam o funcionamento de certas funções cognitivas do pensamento humano, como também, a comunicação entre os seres humanos por meio dessas atividades cognitivas do pensamento. Para compreender o conceito de círculo e circunferência, por exemplo, a representação gráfica, é um objeto ostensivo que permite a compreensão de que o círculo é a região interna delimitada pelo contorno de uma determinada circunferência, a qual, por sua vez, se constitui por uma linha formada por pontos de um mesmo plano equidistante a um mesmo ponto fixo desse plano. É por meio da representação semiótica (gráfica) que se torna possível visualizar tais conceitos.

Ao considerarmos que, no estudo de Circunferência e Círculo, as ilustrações apresentadas explicam o discurso teórico (conceitos, definições e propriedades), entendemos, então, que na praxeologia analisada o bloco teórico-tecnológico é constituído por um discurso, cujo registro de representação prevalece sob a forma das estruturas algébricas.

É posto por Chevallard que uma segunda função da tecnologia é explicar, tornar compreensível, iluminar a técnica. Se a primeira função – justificar a técnica – consiste em assegurar que a técnica dá efetivamente o que é pretendido, a segunda função consiste em esclarecer porque essa técnica satisfaz, porque ela é necessária para resolver a tarefa ou os tipos de tarefas. Isso significa dizer que os autores, ao elegerem registros de representação com ênfase nas estruturas algébricas, estão mantendo uma tradição explicativa – fazer uso das demonstrações com a escrita algébrica.

Entendemos como uma tradição por percebermos que, seja pela maioria dos livros didáticos, seja pela forma como os professores de matemática preferem trabalhar os conteúdos geométricos (em particular, Circunferência e Círculo), há predominância em fazer uso das estruturas algébricas, ainda que outros diferentes registros sejam empregados. Nesse ponto de vista, o uso do registro algébrico torna-se uma estratégia que estabelece o discurso teórico-tecnológico nas praxeologias eleitas para a abordagem dos conceitos, definições e propriedades necessárias à compreensão e aprendizagem do objeto em estudo.

Essa forma de organização matemática evidencia uma tendência de ensino da geometria, caracterizada por Andrade (2004) como relação entre álgebra e geometria. Trata-se de valorizar os registros de representação algébrica nos conteúdos geométricos, cuja organização praxeológica desses objetos se constituem, sobretudo, pelas definições, propriedades e teoremas.

Considerações

O fato de optarmos em analisar um dos livros didáticos de matemática do ensino fundamental (9º ano), a partir dos pressupostos da Teoria Antropológica do Didático, favoreceu o estudo em dois aspectos. Primeiro, porque nos possibilitou compreender a obra como um todo, e perceber que os autores atendem às recomendações das políticas educacionais, sob o enfoque dos PCN (BRASIL, 1998) e do PNLD 2011 (BRASIL, 2010); assim também, por entendermos a razão de ser um dos livros mais utilizados na rede estadual pelos professores de matemática, no ano 2014 (período de realização da pesquisa). Segundo, para cada situação didática analisada, foi possível identificar como os autores do livro didático “A Conquista da Matemática” (9º ano) estabeleceram a organização praxeológica do objeto Circunferência e Círculo, a partir da relação institucional que eles possuem com o referido objeto matemático.

No conjunto de elementos que instituem a praxeologia analisada, percebemos que, na maioria das situações, a técnica está associada ao discurso teórico-tecnológico, aparecendo de forma implícita, visto que na TAD, a técnica é justificada pela tecnologia. O que nos faz compreender essa praxeologia, adotada pelos autores do livro, é a forma como apresentam a manipulação dialética dos objetos ostensivos com não-ostensivos. Prevalece o discurso teórico-tecnológico com uso dos objetos ostensivos na representação do registro algébrico como estratégia para explicar e justificar conceitos, propriedades e teoremas. Mas, como ilustramos (quadro 02), há tópicos, cuja organização praxeológica apresenta o bloco prático-técnico valendo-se das construções geométricas e da resolução de problemas contextualizados (a partir da realidade do aluno, como articulando o objeto em estudo com outras áreas do conhecimento).

Dessa forma, evidenciamos que, para abordar o objeto matemático em análise, se faz necessário da parte do professor de matemática elaborar/planejar outras técnicas e tecnologias que possam favorecer a transposição do “saber a ensinar” ao “saber ensinado”, conforme os pressupostos de Chevallard (1991, 1999, 2009, 2011). Entretanto, convém ressaltar que os autores antecipam esse trabalho com indicações de leituras e sites no manual do professor.

Embora tenhamos optado por não apresentar a análise do objeto na sua íntegra, como resultado da pesquisa, espera-se com este trabalho, abrir um leque de novas indagações quanto às praxeologias que compõem outros objetos matemáticos apresentados em livros didáticos, sobretudo, os da geometria, de modo que professores e futuros professores de matemática estejam mais atentos ao uso do livro didático.

REFERÊNCIAS

ANDRADE, J. A. A. *O ensino de geometria: uma análise das atuais tendências, tomando como referência as publicações nos Anais dos ENEM's*. (Dissertação de Mestrado). Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação. Itatiba, SP: Universidade de São Francisco, 2004.

BOSCH, M. *Un punto de vista Antropológico: La evolución de los “instrumentos de representación” en la actividad Matemática*. IV Simpósio SEIEMIV (Huelva 2000). Ponencia invitada al Seminario de Investigación I, “Representación y comprensión” (Versión preliminar, 30-6-2000). Citado por FERREIRA, L.; BARROS, R. Relações entre os objetos ostensivos e objetos não-ostensivos durante o ensino da geometria do taxista com o software geogebra. *JIEEM – Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática*, UNIBAN, 31, vol. 6, N° 2, 2013. Disponível em <http://periodicos.uniban.br/index.php?journal=JIEEM&page=issue&op=view&path%5B%5D=53>.

BOSCH, M.; CHEVALLARD Y. *La sensibilité de l'activité mathématique aux ostensifs, Objet d'étude et problématique. Recherches en Didactique des Mathématiques*, n. 19.01. Grenoble, 1999. Tradução livre.

BRASIL, Ministério da Educação. *Guia de Livros Didáticos: PNLD 2011: Matemática*. - Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, 2010.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros curriculares nacionais: matemática*. – Brasília: MEC/SEF, 1998.

CHEVALLARD, Y. “*La transposition didactique*”. Du savoir savant au savoir enseigné. France: *La pensée sauvage*, 1991. Tradução livre.

_____. “*Ostensifs et non-ostensifs dans l'activité mathématique*”. *Séminaire de l'Associazione Mathesis, Turin*, 3 février 1994. In *ACTES DU SÉMINAIRE*. 1993-1994, 190-200. Tradução livre.

_____. “*El análisis de las prácticas docentes en la teoría antropológica de lo didáctico*”. *RECHERCHES EM DIDACTIQUES DES MATHÉMATIQUES*, vol 19, n° 02, p.221-266, 1999. Tradução livre.

_____. “*La TAD face au professeur de mathématiques*”. *Communication au Séminaire DiDiST de Toulouse*, abril de 2009. Tradução livre.

_____. “*A teoria antropológica do didático*”. Curso da Escola de Altos Estudos da CAPES. São Paulo: UNIBAN. maio de 2011. Tradução livre.

FARO, S. D. *Os conhecimentos supostos disponíveis na transição entre o Ensino Médio e o Ensino Superior: o caso da noção de sistemas de equações lineares*. Dissertação de Mestrado para a obtenção do Título de Mestre em Educação Matemática. Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Bandeirante de São Paulo. S.P.: UNIBAN, 2010.

FERREIRA, L.; BARROS, R. Relações entre os objetos ostensivos e objetos não-ostensivos durante o ensino da geometria do taxista com o software geogebra. *JIEEM – Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática*, UNIBAN, 31, vol. 6, N° 2, 2013. Disponível em

<http://periodicos.uniban.br/index.php?journal=JIEEM&page=issue&op=view&path%5B%5D=53>.

GIOVANNI Jr. J. R.; CASTRUCCI, B. *A conquista da matemática*. 9º ano do ensino fundamental. Edição renovada. 1ª. Ed. São Paulo: FTD, 2009.

MUNIZ, A. S. *Uma análise das técnicas utilizadas por alunos na resolução de problemas algébricos do primeiro grau, propostos em um livro didático do 7º ano do ensino fundamental*. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Programa de Pós-Graduação da Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, Campo Grande/MS: UFMS, 2010.

Recebido: 05.09.2015 – **Aprovado:** 05.11.2015