

# PROMETEUS - FILOSOFIA

MESTRADO EM FILOSOFIA/ UFS - CATEDRA UNESCO/ ARCHA

JULHO - DEZEMBRO DE 2015 - VOLUME 8 - ANO 8 - Nº 18

ISSN: 2176 - 5960

## LA MECÁNICA CUÁNTICA DE DAVID BOHM: FORMALISMO MATEMÁTICO E IMPLICACIONES EPISTEMOLÓGICAS

**Rodrigo Siqueira-Batista**

Programa de Pós-graduação em Bioética, Ética Aplicada e Saúde Coletiva (PPGBIOS),  
Universidade Federal do Rio de Janeiro. Laboratório de Métodos Epidemiológicos e  
Computacionais em Saúde (L-MECS), Universidade Federal de Viçosa (UFV).

**Ricardo Alves Ferreira**

Instituto Alberto Luiz de Coimbra de Pós-graduação e Pesquisa de Engenharia (COPPE),  
Universidade Federal do Rio de Janeiro

**Romulo Siqueira Batista**

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio de Janeiro (IFRJ)

**José Abdalla Helayël Neto**

Laboratório de Física Experimental de Altas Energias (LAFEX), Centro Brasileiro de Pesquisas  
Físicas.

**RESUMEN:** La interpretación bohmiana de la Mecánica Cuántica representa una de las principales alternativas al modelo hegemónico propuesto por la Escuela de Copenhague, permitiendo una descripción determinista de los eventos ocurridos a nivel cuántico. El objetivo del presente artículo es presentar sucintamente sus principales aspectos matemáticos y conceptuales —y sus respectivas implicaciones epistemológicas.

**PALABRAS CLAVE:** Determinismo. Epistemología. Mecánica Cuántica.

**ABSTRACT:** The Bohmian interpretation of Quantum Physics sets out as one of the main alternatives to the hegemonic model proposed by the Copenhagen School, allowing a deterministic interpretation of events at the quantum level. To briefly present its main mathematical and conceptual aspects, and their epistemological implications, is the goal of this article.

**KEYWORDS:** Determinism. Epistemology. Quantum Mechanics.

## PRIMERAS NOTAS

*Me gustaría que pudiéramos derivar el resto de los fenómenos de la Naturaleza mediante el mismo tipo de razonamiento, a partir de principios mecánicos, porque yo estoy persuadido por muchas razones que me llevan a sospechar que todos ellos dependen de ciertas fuerzas por las cuales las partículas de los cuerpos, por causas todavía desconocidas, o son mutuamente atraídas unas hacia otras, y convergen en figuras regulares, o son repelidas y se apartan unas de otras.*

*Sir Isaac Newton*

Los debates alrededor de las nociones de casualidad<sup>1</sup> y necesidad<sup>2</sup> —originarias de la filosofía griega arcaica [1-5]— obtuvieron una importancia capital en la física del siglo XX, especialmente después de la aparición de la Mecánica Cuántica (MC) [6-8]. Hasta entonces, durante aproximadamente dos siglos, la Física propuesta por *sir* Isaac Newton —en adelante denominada Mecánica Clásica— convirtió en hegemónica una concepción del mundo esencialmente determinista, marcada por la necesidad y, virtualmente, sin *lugar* para la casualidad. De hecho, el científico inglés propuso un gran sistema de leyes matemáticas para la explicación de la realidad física [9], tanto a nivel *macro* —relativo a la gravitación universal, expresada en la ecuación:

$$\vec{F}_1 = -\vec{F}_2 = G \frac{m_1 m_2}{r^2} \hat{r}$$

donde:

**F1 (F2)** es la fuerza sentida por el cuerpo 1 (2) debido al cuerpo 2 (1), medida en newtons;

**G** = 6,67 x 10<sup>-11</sup> Nm<sup>2</sup>/kg<sup>2</sup> —la constante de gravitación universal— responsable de la determinación de la intensidad de la fuerza

**m<sub>1</sub>** y **m<sub>2</sub>** se refieren a las masas de los cuerpos que se atraen entre sí, medidas en kilogramos; y

**r** es la distancia entre los dos cuerpos, medida en metros;

**ŕ** representa el *versor* del vector que une el cuerpo 1 al cuerpo 2.

<sup>1</sup> Sobre la casualidad, “pueden distinguirse tres conceptos de ese término que se entrecruzan en la historia de la filosofía. 1º, el concepto subjetivista, que atribuye la imprevisibilidad y la indeterminación del evento causal a la ignorancia o a la confusión del ser humano. 2º, el concepto objetivista, que atribuye el evento causal a la mezcla y a la intersección de las causas. 3º, la interpretación moderna, según la cual la casualidad es la insuficiencia de probabilidades en la previsión”. Cf. ABBAGNANO, N. Dicionário de filosofia. São Paulo: Martins Fontes, 2000, p. 11. (Las traducciones de todas las citas de este artículo que no están publicadas en español son responsabilidad de los autores).

<sup>2</sup> Nicola Abbagnano remite la idea de necesidad al concepto de necesario (cf. p. 708), que, a su vez, se puede enunciar del siguiente modo: “Lo que no puede no ser; o lo que no puede ser. Esta es la definición nominal tradicional que constituye una de las nociones más uniforme y firmemente establecidas en la tradición filosófica” (p. 703). Los conceptos de necesidad y de necesario también pueden articularse a partir de la idea de determinismo: “Ese término relativamente reciente [...] comprende dos significados: 1º acción condicionante o que necesita una causa o un grupo de causas; 2º la doctrina que reconoce la universalidad del principio causal y, por lo tanto, admite también la determinación necesaria de las acciones humanas a partir de sus motivos” (p. 245). Cf. ABBAGNANO, op. cit.

—como a nivel *meso*, relativo a la experiencia cotidiana (por ejemplo, la caída de los cuerpos). Esas propuestas han hecho posible la predicción, a partir del estado de un determinado sistema físico —posiciones y velocidades, que caracterizarían el denominado *instante inicial*—, de la situación posterior del mismo, en *cualquier* momento [10, 11]. Así, a partir de la MC, la descripción matemática de la realidad posibilitó un exitoso nivel —antes inimaginable— de previsibilidad de los eventos [12]:

El éxito de la mecánica newtoniana influenció también la propia concepción de ciencia. Antes de Newton, la ciencia parece que tenía como función explicar los fenómenos, revelar las causas de su desarrollo. Nadie pensaba en exigir predicciones numéricas precisas sobre los fenómenos naturales, ya que la física aristotélica se contentaba con explicaciones puramente cualitativas. La física de Newton era radicalmente diferente. Renunció a dar una explicación completa en términos de causas —de este modo, aunque haya enunciado una ley que determinaba el efecto de la fuerza y la gravitación, Newton no explicó ni la naturaleza de esa fuerza ni el principio de su acción a distancia. Además de eso, esa física proporcionó leyes matemáticas que permitían prever los fenómenos con una gran precisión. Cualquier diferencia entre los resultados experimentales y los valores teóricos pasó a partir de ese momento a ser percibida como un problema que había que resolver. (BEN-DOV, 1996, p. 41)

No es difícil suponer cómo esta visión mecánico-determinista de la realidad —escrita en caracteres matemáticos— hizo posible la concepción de que el universo ya se encontraría *prácticamente* desvendado, a partir del (re)conocimiento de sus leyes naturales, como observó Laplace [13, 14]:

Debemos considerar el estado presente del universo como efecto de sus estados pasados y como causa de los que vendrán. Supongamos una inteligencia que pudiese conocer todas las fuerzas mediante las cuales se anima la naturaleza y el estado en un instante de todos los objetos —una inteligencia suficientemente grande que pudiese someter todos esos datos al análisis—, englobaría en la misma fórmula los movimientos de los mayores cuerpos del universo y también de los mínimos átomos: nada le sería incierto y el futuro, así como el pasado, estaría presente ante sus ojos. (LAPLACE 1990, p. 326, apud SILVEIRA, 1993, p. 138)

No hay espacio, en definitiva, para ideas como *casualidad* [15,16] y *libre-arbitrio* [15, 17] —*libre albedrío o libre elección*<sup>3</sup>—, en un contexto en el cual se tienen (1) el pasado, el presente y el futuro delante de los ojos —presuponiendo la *necesidad* como inherente a la realidad<sup>4</sup>— y (2) un genuino *gesto*<sup>5</sup> de expresiva confianza, en relación al alcance de las predicciones científicas [18].

El escenario de *hegemonía determinista* se mantuvo hasta comienzos del siglo XX, cuando emergieron nuevas propuestas explicativas para la realidad física y que forzaron la revisión de este paradigma. En ese sentido, la llegada de la MC fue decisiva, al poner en cuestión la *causalidad* [19], como se puede entender a partir de los siguientes fragmentos de Niels Bohr [6] y Werner Heisenberg [8]:

Quizás se pueda ilustrar más claramente cuán radical fue el cambio promovido por ese avance de la física atómica en nuestra actitud ante la descripción de la naturaleza gracias al hecho de que hasta el principio de causalidad, antes considerado como fundamento incontestable de cualquier interpretación de los fenómenos naturales, se reveló como un referente demasiado estrecho para

<sup>3</sup> Libre arbitrio, libre albedrío y libre elección no son términos absolutamente coincidentes —aunque conceptualmente próximos— lo que se puede percibir al consultar las definiciones de Nicola Abbagnano: LIBRE ARBITRIO, remitido, en el libro, a la entrada LIBERTAD: “Este término tiene tres significados fundamentales, correspondientes con las tres concepciones que se sobrepusieron a lo largo de su historia y que pueden ser caracterizadas del siguiente modo: 1ª L. como autodeterminación o autocausalidad, según la cual la L. es ausencia de condiciones y de límites; 2ª L. como necesidad, que se basa en el mismo concepto que la precedente, la autodeterminación, pero atribuyéndola a la totalidad a la que pertenece el ser humano (Mundo, Sustancia, Estado); 3ª L. como posibilidad o elección, según la cual la L. es limitada y condicionada, es decir, finita ” (pp. 606-606); VOLUNTAD: “Este término fue utilizado con dos significados fundamentales: 1º como principio racional de la acción; 2º como principio de la acción en general.” (p. 1007); ELECCIÓN: “Procedimiento mediante el cual determinada posibilidad es asumida, adoptada, decidida o realizada de un modo cualquiera, preferentemente a otras. (...) el concepto de elección es una de las determinaciones fundamentales del concepto de libertad” (p. 345). Cf. ABBAGNANO, op. cit.

<sup>4</sup> De acuerdo con Y. Ben-Dov “Aunque permanezca teórica, la existencia de esa inteligencia [propuesta por Laplace] tiene una importante consecuencia: transforma en ilusorio nuestro sentimiento de poder actuar libremente sobre el futuro, ya que este está totalmente determinado. De hecho, nuestro cerebro está compuesto por partículas materiales sometidas a leyes físicas que no dejan lugar a nuestro libre-arbitrio. [...] La mecánica newtoniana es, entonces, completamente determinista” (p. 79). Cf. BEN-DOV, Y. Convite à física. Rio de Janeiro: Jorge Zahar Editor, 1996.

<sup>5</sup> Ese gesto se puede apreciar, incluso contemporáneamente (siglo XXI), por ejemplo, en las ponderaciones de la física teórica Lisa Randall: “La física ahora proporciona un núcleo sólido de conocimiento sobre como funciona el universo a lo largo de una vasta extensión de distancias y energías. Hay estudios teóricos y experimentales que dotaron a los científicos de una comprensión más profunda de los elementos y de otras estructuras, yendo de lo minúsculo a lo gigantesco. A lo largo del tiempo, deducimos una historia detallada y abarcable sobre cómo se encajan las piezas. Hay teorías que consiguen describir cómo evolucionó el cosmos a partir de pequeños constituyentes que formaron los átomos, que entonces se aglutinaron en estrellas abrigadas en galaxias y en estructuras mayores dispersas por el universo, y como algunas estrellas entonces explotaron y crearon elementos pesados que entraron en nuestra galaxia y en nuestro sistema solar y que son esenciales para la formación de la vida. Utilizando los resultados del LHC y de misiones de satélites como las que se mencionaron, los físicos de hoy esperan construir sobre esta sólida y extensa base, algo para expandir nuestra comprensión para distancias menores y energías mayores, y conseguir una precisión mayor que la ya obtenida. Es una aventura. Tenemos metas ambiciosas” (p. 19). Cf. RANDALL, L. Batendo à porta do céu: o bóson de Higgs e como a física moderna ilumina o universo. São Paulo: Companhia das Letras, 2013.

abarcar las regularidades singulares que rigen los procesos atómicos individuales. (BOHR, 1995, p. 326)

Pero no podemos, y es ahí donde falla la ley causal, explicar por qué un determinado átomo se desintegra en un momento dado, y no en el siguiente, o lo que hace que emita un electrón exactamente en una cierta dirección y no en la otra. Estamos convencidos, por muchas razones, de que esa causa no existe. (HEISENBERG, 1996, p. 326)

El cuestionamiento de la causalidad —en el sentido como se entiende la misma en la Mecánica Clásica— se refiere al *indeterminismo* descrito en el interior de la MC, que puso en relieve toda una tradición de científica que estaba anclada en la investigación —y descripción— de leyes inherentes al *mundo objetivo*, relativas a procesos físicos que tienen lugar en el espacio y en el tiempo [20].

También es relevante comentar, en ese tema, algunos puntos referentes a la relación observador / observado, en términos del *indeterminismo* de la MC. De hecho hay una modificación del concepto de observación, en la medida en que, con la MC, el observador tendrá que orientar su investigación hacia el aspecto estadístico. Las medidas físicas pasan a ofrecer resultados con cierta probabilidad y, así, el observador se encuentra con la tarea de preparar réplicas del sistema observado. Es importante resaltar que tanto el observador como el sistema observado permanecen fuertemente relacionados, cambiando —únicamente— la metodología de la observación y de las mediciones.

Diferentes investigadores contemporáneos han identificado la emergencia de la MC como una demostración de que la necesidad se volvió obsoleta, especialmente después de la enunciación del Principio de Incertidumbre de Heisenberg [8], el cual establece que, si dos magnitudes físicas,  $g_1$  y  $g_2$ , son consideradas complementarias —es decir, sus correspondientes operadores asociados,  $G_1$  y  $G_2$ , satisfacen la relación de conmutación,

$$[G_1, G_2] = i \hbar \vec{G},$$

entonces—, las indeterminaciones,  $\Delta g_1$  y  $\Delta g_2$ , en las medidas de esas magnitudes en cierto estado del sistema, están vinculadas por la relación de incertidumbre

$$\Delta g_1 \text{ e } \Delta g_2 \geq \left| \frac{\hbar}{2} \langle \bar{G} \rangle \right|,$$

donde:

$\langle \bar{G} \rangle$  designa el valor esperado de  $\bar{G}$  en el estado del sistema dado.

Se reconoce, de este modo, que el concepto expresado aquí se refiere a la situación en la que dos magnitudes no pueden ser conocidas, con precisión máxima, simultáneamente.

A pesar de esas conjeturas, las nociones de *indeterminación* y de *incertidumbre* atribuibles a la MC no permanecieron a salvo de las críticas, pudiendo destacar las siguientes:

(1) La *indeterminación* está siendo revisada a partir de los nuevos apuntes producidos en la investigación matemática del caos [21], como elegante intento de integrar orden y casualidad; en este referente el caos es definido como el “*comportamiento estocástico que ocurre en un sistema determinista*” [22], es decir, como un *ruido* presente en un sistema marcado por la necesidad [15]:

También se habla de ruido determinista cuando se observan oscilaciones irregulares de apariencia aleatoria, mas que son producidas por un mecanismo determinista. En los fenómenos caóticos, el orden determinista crea, por lo tanto, el desorden de la casualidad. (RUELLE, 1993, p. 74).

La aplicación del caos clásico —entendido en base a estos presupuestos— se viene buscando en términos de la MC, posibilitando que se proponga la superación de la *indeterminación* del microcosmos, quizá según lo soñado por Einstein —para quien “Dios no juega a los dados”—, debido a que siempre existe la “*posibilidad de que alguna nueva versión de la mecánica cuántica venga a sustituir la naturaleza probabilística de la función de onda por algo determinista, pero caótico*” (STEWART, 1991, p. 335). Además, cabe resaltar —en este sentido— el importante y fecundo trabajo de Parisi y Wu, autores que proponen un nuevo método de cuantificación para

variables de campos, el llamado procedimiento de la *cuantificación estocástica* [24]. En efecto, aunque “Dios juegue a los dados”, se podrá llegar a la respuesta sobre las reglas según las cuales realiza Su juego<sup>6</sup>.

(2) La ignorancia humana sobre las causas puede constituirse, en resumen, en el origen de la indeterminación atribuible a la realidad. De hecho, Baruch de Spinoza, propón que las causas son del orden de lo infinito y, por consiguiente, inescrutables para la mente humana [25]. Es precisamente en este sentido que se establece el determinismo de Henri Atlan [26]:

Nuestras nociones de entropía y ruido derivan de nociones estadísticas. Y, por lo tanto, una vez más, no contradicen la idea del determinismo absoluto. Ellas son las medidas de nuestra ignorancia. Pero es obvio que, aunque no contradigan el determinismo absoluto, no prueban nada sobre el mismo. Esta es la clásica cuestión de la naturaleza de la casualidad: ¿será intrínseca, ontológica o atribuible solamente a nuestra ignorancia? (ATLAN, 2003, p. 132)

En la esencia de esta argumentación *indeterminismo* versus *determinismo*, se sitúa el cuestionamiento de Einstein a la hegemónica interpretación de Copenhague<sup>7</sup> de la MC, centro de la célebre polémica con Bohr. De hecho, si para Bohr la MC era una teoría completa en su propuesta de descripción del mundo atómico —o sea, no habría forma de liberarse de la incertidumbre de esas medidas [6]—, para Einstein, la MC no pasaría de un modelo incompleto. Consideraba, pues, que se incorporarían nuevas *variables ocultas* en el modelado matemático de la MC, permitiendo refutar el *principio de incertidumbre*, ámbito en el cual —precisamente— falla el modelo [27].

¿Se puede concebir una interpretación determinista para la MC? Demostrar que esa es, exactamente, la dirección tomada por David Bohm (figura 1) —(1) enfatizando las *variables ocultas* y proponiendo una “*descripción causal y objetiva para los fenómenos cuánticos*” [28]— será la tarea de la próxima sección de este ensayo.

<sup>6</sup> Como afirma Ian Stewart: “En resumen, lo que importa no es si Dios juega a los dados, sino cómo” (p. 335). Cf. STEWART, I. *Será que Deus joga dados?* IN: *A matemática do caos*. Rio de Janeiro: Jorge Zahar, 1991.

<sup>7</sup> La *Interpretación de Copenhague* —cuyos principales exponentes fueron Niels Bohr y Werner Heisenberg— tiene como presupuesto básico la idea de que las previsiones probabilísticas producidas en el interior de la MC son irreductibles, es decir, no representan una limitación del conocimiento del mundo físico (por ejemplo, por la no consideración de hipotéticas variables ocultas). Esta todavía permanece hegemónica en la física contemporánea.

## EL CERNE: BOHM Y LA MECÁNICA CUÁNTICA

### EL FORMALISMO

La visión —crítica— de Bohm sobre la interpretación hegemónica de la MC se hace explícita en el libro *La totalidad y el orden implicado* [29], especialmente en el capítulo *Variables ocultas en la teoría cuántica*<sup>8</sup>. Justo al inicio de ese texto, el físico estadounidense expone los principales aspectos de la MC, que serán citados *ipsis litteris* a continuación —a pesar del tamaño del fragmento— con la finalidad de ofrecer una mayor comprensión de su punto de vista<sup>9</sup>:

1. Las leyes fundamentales de la teoría cuántica deben expresarse con la ayuda de una función de onda (en general, multidimensional), que satisfaga una ecuación lineal (en la que las soluciones puedan superponerse linealmente).
2. Todos los resultados físicos deben calcularse con la ayuda de ciertos «observables», representados por operadores hermíticos, que operan linealmente en la función de onda.
3. Todo observable particular sólo queda definido si la función de onda es una función propia del correspondiente operador.
4. Cuando la función de onda no es una función propia de este operador, el resultado de una medición del observable correspondiente no puede quedar determinado de antemano. El resultado de una serie de mediciones de un conjunto de sistemas representado por la misma función de onda fluctúa al azar (desordenadamente) de un caso a otro, según las diferentes posibilidades.
5. Si la función de onda viene dada por:

$$\Psi = \sum_n C_n \Psi_n$$

en donde  $\Psi_n$  es la función propia del operador en cuestión correspondiente al  $n$ -ésimo valor propio, la probabilidad de obtener el  $n$ -ésimo valor propio en un amplio conjunto de mediciones será dada por  $P_n = |C_n|^2$ .

<sup>8</sup> Cf. BOHM, D. *La totalidad y el orden implicado*. Buenos Aires: Editorial Kairós, 2008, p. 104-161.

<sup>9</sup> Sin embargo, David Bohm advierte en esa sección de que “aunque hay varias formulaciones alternativas de esta teoría (debidas a Heisenberg, Schrödinger, Dirac, Von Neumann y Bohr), que difieren un tanto en su interpretación, todas ellas tienen en común [...] supuestos básicos”. (p. 105). Cf. BOHM, D. op. cit.



6. De la no conmutación de muchos operadores (como  $p$  y  $x$ ) que corresponden a variables que deben ser definidas a la vez en la mecánica clásica, se sigue que no pueden existir funciones de onda que sean al mismo tiempo funciones propias de todos los operadores que son significativos para un problema físico dado. Esto supone que no todos los observables físicamente significativos pueden ser determinados a la vez, y, lo que aún es más importante, que aquellos que no sean determinados fluctuarán desordenadamente (al azar) en una serie de mediciones de un conjunto representado por la misma función de onda. (BOHM, 1992, pp. 106-107).

Es interesante observar que la transcripción del texto de Bohm resalta la centralidad de las *fluctuaciones aleatorias* en la MC, articulada con el empleo —en dos momentos— de la expresión “ante la ausencia de ley”, que se refiere a la ocurrencia de eventos que no pueden ser incluidos en un esquema determinista clásico<sup>10</sup>. En efecto, un posible modo de comprender la interpretación bohmiana de la MC —la cual también se puede recuperar a partir del texto clásico de F. J. Belinfante [30], “*Bohm’s 1951 Theory*”, publicado en su libro *A Survey of Hidden - Variables Theories*, así como en otras referencias igualmente importantes [31-33]— consiste en concebirla como una consistente crítica al indeterminismo de la interpretación hegemónica (Copenhague) de la teoría cuántica. En el ensayo de Belinfante, se presenta un debate muy enriquecedor entre David Bohm y De Broglie, a partir de la *Teoría de la onda-piloto*, propuesta en 1927. Además, se discute detalladamente en qué sentido la propuesta de Bohm [30-33] puede ser efectivamente pensada como una teoría de variables ocultas<sup>11</sup>, según lo discutido también en *La totalidad y el orden implicado* [29].

---

<sup>10</sup> De hecho, más adelante, en esa misma sección, Bohm continúa reflexionando sobre las “limitaciones al determinismo implícito en la teoría cuántica”. (p. 100). Cf. BOHM, D. op. cit.

<sup>11</sup> David Bohm considera que “podemos explicar las características esenciales de la mecánica cuántica según un nivel subcuántico que incluya variables ocultas”. (p. 160). Cf. BOHM, D. op. cit.



**Figura 1.** David Bohm. Fuente: <http://www.david-bohm.net/>

En la propuesta de David Bohm para la MC, se les atribuye una ontología a los sistemas físicos. En el caso concreto de la MC no-relativista, los sistemas físicos están compuestos por partículas puntiformes que se mueven describiendo trayectorias cuánticas en el espacio, como una ley de evolución atribuida a las partículas de acuerdo con la prescripción [34]

$$\frac{dx}{dt} = \frac{1}{m} \bar{\nabla} S, \quad (1)$$

donde S parametriza la función de onda,  $\psi$ , de acuerdo con la descomposición polar  $\psi = R \exp [(1/\hbar)S]$ ,  $R \geq 0$ , y m es la masa inercial de la partícula.

Esta función de onda, de la misma forma que en la interpretación de Copenhague, satisface la ecuación de Schrödinger [20]

$$\frac{-\hbar^2}{2m} \nabla^2 \Psi + V\Psi = i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \Psi \quad (2)$$

donde V es el potencial clásico.

Inmediatamente después de la parametrización polar anterior y de la ecuación (2), es posible llegar a las ecuaciones de abajo, para R y S:

$$\frac{\partial}{\partial t} S + \frac{(\vec{\nabla} S)^2}{2m} - \frac{\hbar^2}{2m} \frac{(\vec{\nabla} R)^2}{R} + \nabla = 0 \quad (3)$$

y

$$\frac{\partial}{\partial t} R^2 + \frac{1}{m} \vec{\nabla} (R^2 \vec{\nabla} S) = 0 \quad (4).$$

Un significativo paso en la formulación de Bohm fue describir la ecuación (3) como una ecuación clásica de Hamilton-Jacobi [35]:

$$\frac{\partial}{\partial t} S + \frac{(\vec{\nabla} S)^2}{2m} + Q + V = 0 \quad (5),$$

donde

$$Q \equiv -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{(\vec{\nabla} R)^2}{R} \quad (6)$$

es adoptado como un potencial cuántico.

A partir de la identificación de la ecuación (5) como una ecuación del tipo Hamilton-Jacobi, se puede escribir la velocidad y el momento de la partícula en términos de la fase, S, como aparece a continuación:

$$\vec{x} = \frac{1}{m} \vec{\nabla} S(t; \vec{x}) \quad (7)$$

y

$$\vec{p}(t; \vec{x}) = \vec{\nabla} S(t; \vec{x}) \quad (8).$$

De esta forma, el momento,  $\vec{p}(t; \vec{x})$ , viene determinado por el campo (fase) S, permitiendo la elaboración de *una trayectoria bien definida*, que se denomina trayectoria bohmiana. Sabiendo, entonces

$$\Psi(t; \vec{x}) = R(t; \vec{x}) e^{\frac{i}{\hbar} S(t; \vec{x})} \quad (9)$$

las trayectorias son unívocamente determinadas por las condiciones iniciales, a través de una ecuación diferencial de primer orden. Es este aspecto —exitoso<sup>12</sup>— el que le confiere al tratamiento bohmiano la característica de una formulación determinista [36], en la cual el *principio de incertidumbre* de Heisenberg pierde el carácter fundamental —concerniente a la indeterminación— presente en la interpretación probabilística usual.

### LOS POSTULADOS

El formalismo de la mecánica bohmiana está vinculado a postulados fundamentales [31, 32], que serán explicitados a continuación.

**Postulado I.** Se refiere a un sistema físico aislado, individual, estableciendo que la descripción del sistema incluye la propagación de una onda en el espacio-tiempo (es la función  $\Psi$ ) y una partícula puntiforme, que sigue su trayectoria de acuerdo con la onda que la acompaña.

**Postulado II.** Impone que esta onda, cuya expresión matemática viene dada por  $\Psi(t; \vec{x})$ , debe ser solución de la ecuación de Schrödinger.

**Postulado III.** Establece que el movimiento de la partícula se describe mediante la función  $\vec{x}(t)$ , obtenida como solución de la ecuación

$$\dot{\vec{x}}(t) = \frac{1}{m} \vec{\nabla} S(t; \vec{x}) \Big|_{\vec{x} = \vec{x}(t)} \quad (10)$$

---

<sup>12</sup> Según afirma O. Freire Jr., el modelo de Bohm “tenía implicaciones notables. Reproducía resultados importantes ya obtenidos por la teoría cuántica. Para destacar solo dos de estos fenómenos, citamos aquí el efecto fotoeléctrico, en el cual los fotones (o partículas de luz), cuando inciden sobre una superficie metálica pulida, le arrancan electrones, y el efecto Compton, una de las pruebas fundamentales de que la radiación electromagnética (ondas de radio, microondas, luz visible, rayos X y rayos gama) unas veces se comporta como onda, otras veces como corpúsculo” (p. 36). Cf. FREIRE Jr O. “David Bohm e as controvérsias do mundo dos quanta”. *Ciência Hoje*, v. 29, n. 169, p. 34-39, 2001.

Efectivamente, para resolver esta ecuación diferencial, es necesario que se dé la condición inicial  $\vec{x}(t = 0) = \vec{x}_0$ . Este dato es la única información adicional que no está contenida en por  $\Psi(t; \vec{x})$ . La velocidad inicial es fijada, una vez que S es conocida. Un *ensemble* de movimientos posibles se genera por la misma onda,  $\Psi$ , bastando que varíe  $\vec{x}_0$ .

Estos postulados ofrecen suficientes elementos para categorizar el tratamiento de Bohm como teoría cuántica del movimiento de las partículas.

Buscando establecer un “puente” con los resultados de la MC en su formulación hegemónica, es necesario garantizar la compatibilidad de los movimientos del *ensemble* de partículas con los resultados de la MC. Para ello sería necesario un postulado adicional:

**Postulado IV.** Le confiere a  $\Psi$  la interpretación de densidad de probabilidad. Esto se hace afirmando que la probabilidad de que una partícula en el *ensemble* se encuentre entre los puntos  $\vec{x}$  e  $\vec{x} + d\vec{x}$  en el instante de tiempo  $t$  viene dado por

$$R^2(t; \vec{x}) d^3 \vec{x} \quad (11)$$

El verdadero papel de este postulado es seleccionar, entre todos los posibles movimientos derivados a partir de la ecuación (11) únicamente aquellos que son compatibles con la distribución inicial,  $R^2(t = 0; \vec{x}) = R_0^2(\vec{x})$ .

Uno de los significativos resultados de la formulación de David Bohm es que la teoría se aplica a la realidad como un todo, sin establecer una separación entre sujeto y objeto —u observador y observado. Al establecer la noción de un sistema físico individual, no se está necesariamente focalizando en partículas del mundo atómico, subatómico o subnuclear. El tratamiento se aplica a toda la materia, independientemente de la escala, aunque el aspecto ondulatorio se haga presente solamente para fenómenos que incluyen partículas microscópicas.

## CUESTIONES EPISTEMOLÓGICAS

La interpretación bohmiana de la MC tiene una serie de implicaciones epistemológicas. Inicialmente se podría destacar el ‘avivamiento’ de la polémica entre probabilismo y determinismo, según lo ponderado por Freire Júnior [36]:

[...] con el modelo de Bohm, que abandonaba la necesidad de una descripción probabilística de los fenómenos, la física recuperaba para sí el determinismo. En ese modelo, los electrones, por ejemplo, siempre aparecían descritos como partículas que tenían trayectorias bien definidas –lo que descarta la versión probabilística de la teoría cuántica. (FREIRE Jr., 2001, p. 36)

Otros desdoblamientos obtenidos gracias a la consolidación y la elaboración de estos resultados —inscritos en la idea de una determinación que permea todas las cosas— es la concepción de una *totalidad indivisa*<sup>13</sup> propia de la tesitura de la realidad, la cual se expresa de dos maneras [32]:

(1) el *orden explicado* (o *explícito*)<sup>14</sup>, más superficial, aparente y obvio, la cual comprende el espacio-tiempo tetradimensional, el mundo de las cosas y eventos separados entre sí, “típicos” de la vida cotidiana, descrita por las velocidades, por los momentos y por las trayectorias de las partículas; este, a su vez, se constituye como una manifestación del

(2) *orden implicado* (o *implícito*), no directamente aprehensible, descrita por la función de onda,  $\Psi$ , en la cual el tiempo y el espacio asumen el papel de meras coordenadas, dejando a  $\Psi$  el carácter representativo de la geometría espacio-tiempo.

---

<sup>13</sup> De acuerdo con Bohm “la totalidad no dividida no sólo está implicada en el contenido de la física (notablemente en la relatividad y la teoría cuántica), sino también en la manera de trabajar en física” (p. 202). Cf. BOHM, op. cit.

<sup>14</sup> Para Bohm “lo que distingue el orden explicado es que deriva de un conjunto de elementos recurrentes y relativamente estables, que están fuera unos de otros” (p. 248). Cf. BOHM, op. cit.

Esta puede, entonces, *llamar la atención a las fronteras de la realidad* [29], una vez que:

[...] el orden implicado da cuenta de un modo mucho más coherente de las propiedades cuánticas de la materia de lo que lo hace el orden mecanicista tradicional. (BOHM, 1992, p. 244)

La coherencia propuesta por el físico estadounidense —diferenciada del orden mecanicista comentado al inicio del presente ensayo— se refiere no solamente a la idea de totalidad, sino también al concepto de *abarcable*, una cualidad del orden implícito íntimamente relacionada con las interconexiones propias del todo [37]:

En el orden implicado, no solamente tratamos siempre con el todo, sino que también decimos que las conexiones del todo no tienen nada que ver con la localización en el espacio y en el tiempo, mas con una cualidad completamente diversa, denominada abarcabilidad. (BOHM, 2014, p. 1)

Estas conexiones —o interdependencia— son tratadas matemáticamente en la mecánica bohmiana, al definirse un potencial cuántico como medio a través del cual se transmiten las influencias sobre las diferentes partes de un sistema, de modo que cada región del espacio está interconectada por este potencial en un *todo* inseparable. Esta totalidad presupone la existencia de un mantenedor, el *holomovimiento*, capaz de sostener —o “transportar”— el orden global [29]:

[...] lo que “transporta” un orden implicado es el holomovimiento, que a su vez es también una totalidad no fragmentada ni dividida. [...] Así, en su totalidad, el holomovimiento no se encuentra limitado de ningún modo en absoluto. No es necesario que se conforme a un orden particular, o que esté delimitado por ninguna medida especial. Así, el holomovimiento es indefinible e inmensurable.

(BOHM, 1992, pp. 211-212).

Situado más allá de la esfera de lo que está manifiesto, el *holomovimiento* se refiere a la consistencia armónica del todo. Las más dispares formas del universo material proceden del *holomovimiento*, a partir de su plegamiento y de su desdoblamiento, transformando la realidad en un *tejido* constituido por profundas

interconexiones entre los fenómenos. Lo que importa, de hecho, no es la “estructura” de las cosas, sino la dinámica del (*holo*)movimiento capaz de permitir que estas puedan *pasar a ser*<sup>15</sup>.

Se puede comentar también que al holomovimiento se le atribuyen *características* de *inefabilidad* y de *no-definición*, las cuales recuerdan la noción griega de *apeiron*<sup>16</sup>, en la medida en que para los dos pensadores implicados —Anaximandro y Bohm— lo que está en juego es la (im)posibilidad de delimitar el “punto de partida” a partir del cual emerge la realidad<sup>17</sup>.

## CONSIDERACIONES FINALES

La *mecánica de Bohm* se ha mostrado extremadamente fecunda para tratar, matemática y conceptualmente, diferentes aspectos de la física contemporánea, incluso con posibilidades de poder constituirse en un esqueleto común a la MC y a la Teoría de la Relatividad [29]. Sin embargo, la interpretación de Bohm para la MC permaneció en cierto ostracismo durante años. Entre los posibles motivos para tal situación estaban (1) el alto grado de *no-localidad*<sup>18</sup> y (2) el resurgimiento del *determinismo* (quizás al estilo clásico) —descripción del micromundo utilizando categorías como *causalidad*, *posición* y *trayectoria*, con un significado físico “concreto”— que presenta la descripción en términos de variables ocultas. Mientras tanto, más recientemente, se ha renovado el interés por la mecánica bohmiana [36], en la medida en que los debates sobre el

<sup>15</sup> Más adelante, David Bohm señala: “Así, la palabra «electrón» no deberá considerarse de otro modo que como un nombre con el cual llamamos la atención sobre cierto aspecto del holomovimiento, un aspecto que solamente se podrá discutir si tenemos en cuenta la situación experimental entera, y que no podrá ser especificado como objeto localizado que se mueve autónomamente por el espacio” (pp. 217-218). Cf. BOHM, op. cit.

<sup>16</sup> El fragmento de Anaximandro —el texto más antiguo de la tradición occidental— es el siguiente: “... alguna otra naturaleza *ápeiron* de la cual nacen todos los cielos y los mundos que hay dentro de ellos. El nacimiento a los seres existentes les viene de aquello en lo que se convierten al perecer, ‘según la necesidad, pues se pagan mutua pena y retribución por su injusticia según la disposición del tiempo’.” Cf. Simplicio in *Phys.* 24, 17 Cf. KIRK, G.S., RAVEN, J.E., SCHOFIELD, M. Los Filósofos Presocráticos. Madrid: Gredos, 2008, p. 217.

<sup>17</sup> Se trata apenas de un paralelismo —breve conjetura—, que necesitará explorarse con mayor profundidad en futuros trabajos.

<sup>18</sup> Tal concepto está bien explicado por O. Freire Jr., en el siguiente fragmento: “La no-localidad quiere decir que dos sistemas (moléculas, átomos o partículas subatómicas, etc.) que interactúan y se separan espacialmente continúan comportándose como un único sistema, manteniendo ciertas propiedades más fuertemente correlacionadas que las correlaciones admitidas por las teorías que conforman la física clásica (mecánica, electromagnetismo, termodinámica). Y esta propiedad permanece hasta que ocurra un proceso de medición sobre uno de los sistemas, sin importar cómo de grande sea aquella separación.” (p. 37). Cf. FREIRE Jr O. op. cit.



*determinismo* permanecen de actualidad [26, 27] y la propiedad de *no-localidad* ya dejó de ser un problema tan grande para la física —por ejemplo, las teorías de cuerdas [38], adoptadas para la descripción de la materia en su escala más fundamental, no son modelos locales en el sentido usual del concepto.

Las perspectivas para la aplicación de la mecánica de Bohm [34] en diferentes áreas [39, 40] —como la Teoría Cuántica de Campos y la Física de Partículas, Física de la Materia Condensada y Cosmología Cuántica— son notables, existiendo, en la actualidad, la conducción de nuevas investigaciones alrededor de sus conceptos, teorías y métodos. Tales aplicaciones se muestran concretas en el libro *The Undivided Universe: An Ontological Interpretation of Quantum Theory* [39], del propio D. Bohm. En el capítulo 4 se discuten sistemas con infinitos grados de libertad, abriendo caminos para cuestiones muy relevantes en Teoría Cuántica de Campo y sus aplicaciones a la Cosmología y en Física de la Materia Condensada, a través de fenómenos como la superfluidez y la superconductividad. Por último, en el trabajo *What Information Theory can tell us about quantum reality* [40], los autores presentan una interesante posibilidad de aplicación de la formulación de Bohm en el ámbito de la Teoría de la Información Cuántica. Se trata, en definitiva, de emprender una búsqueda para poder “derivar el resto de los fenómenos de la naturaleza” —como en el epígrafe de Newton—, en convergencias y divergencias, dobladas o desdobladas, que apuntan a una realidad cada vez más pensable en términos presocráticos, ilimitada, y que insiste en *ocultarse*.

## AGRADECIMIENTOS

Los autores están profundamente agradecidos al Prof. Aitor Rivas (Departamento de Letras, Universidade Federal de Viçosa), por la ayuda proporcionada en la traducción del artículo.

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

KIRK, G. S.; RAVEN, J. E.; SCHOFIELD, M. *Los Filósofos Presocráticos*. Madrid: Gredos, 2008.

REALE, G. *História da filosofia antiga: das origens a Sócrates*. 3ª ed. São Paulo: Loyola, v. 1, 1999.

BATISTA, R. S.; SIQUEIRA-BATISTA, R.; BRAGA, E. A.; HELAYËL NETO, J. A. O atomismo de Lucrécio: física e descontinuidade. IN: *Physicae*, v. 4, n. 4, p. 19-22, 2003.

SIQUEIRA-BATISTA, R. *Deuses e homens: mito, filosofia e medicina na Grécia antiga*. São Paulo: Landy, 2003.

SIQUEIRA-BATISTA, R.; BATISTA, R. S. Diógenes Laércio e o alvorecer da filosofia. IN: *Alethéia (Goiânia)*, v. 9, p. 121-128, 2014.

ABBAGNANO, N. *Dicionário de filosofia*. São Paulo: Martins Fontes, 2000.

ADAMI, C.; CERF, N. J. What Information Theory can tells us about quantum reality. Conference presented in 1<sup>st</sup> NASA Conference on Quantum Computing and Quantum Communications, Palm Springs, CA, Feb/1998. E-Print: quantum – pb / 9806047.

ATLAN, H. Ruído e determinismo: diálogos espinosistas entre antropologia e biologia. *Maná*, v. 9, n. 1, p. 123-137, 2003.

BELINFANTE, F. J. A survey of hidden - variables theories [Part II – Ch.2, *Bohm's 1951 Theory*, p. 89-121]. Pergamon Press Ltd, Oxford, 1953.

BEN-DOV, Y. *Convite à física*. Rio de Janeiro: Jorge Zahar Editor, 1996.

BOHM, D. A Suggested Interpretation of the Quantum Theory in Terms of "Hidden" Variables. I. IN: *Phys Rev* 85: 166, 1952.

BOHM, D. A Suggested Interpretation of the Quantum Theory in Terms of "Hidden" Variables. II. IN: *Phys Rev* 85: 180, 1952.

BOHM, D. *La totalidad y el orden implicado*. Buenos Aires: Editorial Kairós, 2008.

BOHM, D. Texto biográfico con citas del físico. In: *Centros de Ciência dos Açores*.

Consultado: 14/11/2014. Disponível em: <http://centrosciencia.azores.gov.pt/content/david-bohm>

BOHM, D.; HILEY, B. J. *The undivided universe: an ontological interpretation of quantum theory*. London: Routledge, 1999.

BOHM, D.; HILEY, B. J.; KALOYEROU, P. An ontological interpretation of Quantum Theory II: A causal interpretation of quantum fields. IN: *Physics Reports*, v. 144, p. 349-375, 1987.

BOHR, N. *Física atômica e conhecimento humano*. Rio de Janeiro: Contraponto, 1995.

- BUNGE, M. *Física e filosofia*. São Paulo: Perspectiva, 2000.
- EINSTEIN, A. *Elementäre Überlegungen zur Interpretation der Grundlagen der Quanten-mechanik*. Edinburgh: University of Edinburgh, 1953.
- EINSTEIN, A.; INFELD, L. *Evolução da física*. Rio de Janeiro: Jorge Zahar, 1962.
- FREIRE Jr O.; PATY, M.; BARROS, A. L. R. David Bohm, sua estada no Brasil e a teoria quântica. IN: *Estudos avançados*, v. 8, p. 53-82, 1994.
- FREIRE Jr., O. David Bohm e as controvérsias do mundo dos quanta. IN: *Ciência Hoje*, v. 29, n. 169, p. 34-39, 2001.
- HEISENBERG, W. *A parte e o todo*. Rio de Janeiro: Contraponto, 1996.
- KAKU, M. *Strings, conformal fields and M-Theory*. Springer: Series Graduate Texts in Contemporary Physics, 2000.
- LAPLACE, P. S. “Probability”. In: Hutchins M.A., Adler M.J., Fadiman C. *Gateway to the Great Books. Mathematics*. Chicago: Encyclopaedia Britannica, 1990.
- LEITE, P. K. Causalidade e teoria quântica. IN: *Scientia Studia*, v. 10, n. 1, p. 165-177, 2012.
- MANN, R. A. *The classical dynamics of particles*. New York: Academic Press Inc, 1974.
- NEWTON, I. *Mathematical principles of natural philosophy*. Chicago: Britannica Great Books, 1978.
- PARISI, G.; WU, Y-S. Perturbation theory without gauge fixing. IN: *Science Sin*, v. 24, p. 483-496, 1981.
- RANDALL, L. *Batendo à porta do céu: o bóson de Higgs e como a física moderna ilumina o universo*. São Paulo: Companhia das Letras, 2013.
- RUELLE, D. *Acaso e caos*. São Paulo: Editora da UNESP, 1993.
- SILVA JUNIOR, V.; CARVALHO, A. M. “Uma introdução ao controle do caos em sistemas hamiltonianos quase integráveis”. IN: *Revista Brasileira de Ensino de Física*, v. 36, n. 2, p. 1-8, 2014.
- SILVEIRA, F. L. Determinismo, previsibilidade e caos. IN: *Caderno Catarinense de Ensino de Física*, v. 10, n. 2, p. 137-147, 1993.
- SIQUEIRA-BATISTA, R.; BATISTA, R. S.; HELAYËL NETO, J. A. A realidade quântica - notas históricas e apontamentos epistemológicos. IN: *Physicae*, v. 4, n. 4, p. 33-38, 2003.

SIQUEIRA-BATISTA, R.; HELAYËL-NETO, J. A. David Bohm's Quantum Mechanics. IN: Vértices, v. 10, p. 57-62, 2008.

SIQUEIRA-BATISTA, R.; SCHRAMM, F. R. A eutanásia e os paradoxos da autonomia. IN: Ciência & Saúde Coletiva, v. 13, p. 207-221, 2008.

SIQUEIRA-BATISTA, R.; SCHRAMM, F. R. Bioética e neurociências: os desígnios da Moíra. IN: Tempo Brasileiro, v. 195, p. 5-26, 2013.

SPINOZA, B. *Éthique*. Paris: Sueil, 1988.

STEWART, I. *Será que Deus joga dados? A matemática do caos*. Rio de Janeiro: Jorge Zahar, 1991.

VARGAS, M. História da matematização da natureza. IN: Estudos Avançados, v. 10, n. 28, p. 249-276, 1996.